

XÉT TÁC DỤNG CỦA CÁP DỰ ÚNG LỰC TRONG PHÂN TÍCH MÔ HÌNH KẾT CẤU NHỊ P CẦU PHỨC TẠP BẰNG BTCT DƯL

*PGS.TS. Nguyễn Việt Trung
KS. Bùi Xuân Trường*

1. ĐẶT VĂN ĐỀ

Tải trọng DUL là một thành phần tải trọng dài hạn quan trọng trong kết cấu BTCTDUL. Việc xác định chính xác các tác dụng lực của DUL lên kết cấu theo thời gian thực tế không đơn giản. Khác với các tải trọng dài hạn khác, tải trọng DUL chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố như trình tự thi công, thời gian khai thác, điều kiện khai thác và chất lượng vật liệu. Các yếu tố này gây biến đổi tác dụng lực của DUL lên kết cấu và việc xác định sự biến đổi này hiện nay chỉ là gần đúng.

Đối với các kết cấu cầu BTCTDUL thi công theo giai đoạn (hay phân đoạn), trong quá trình thi công, tải trọng DUL không tác dụng lên kết cấu cùng lúc mà được đặt lên kết cấu dần dần theo từng giai đoạn thi công. Trình tự thi công càng phức tạp thì việc xác định các mất mát DUL do thi công càng khó khăn do sự phân bố các đường cáp trong dầm và sự biến đổi các sơ đồ kết cấu.

Xác định tác dụng lực của DUL lên kết cấu chính là phải xác định được mô hình phân bố tác dụng lực lên dầm theo đường trực cong không gian của cáp và dự tính được tất cả các mất mát DUL.

Trong kết cấu cầu bê tông cốt thép DUL thi công theo phương pháp đúc hằng cân bằng hầu hết không xảy ra hiện tượng phi tuyến hình học. Loại này chỉ phổ biến trong các kết cấu cầu dây. Tuy nhiên, nếu mô hình tính toán coi cáp DUL là các phần tử kéo nén dọc trực thì phải xét đến phi tuyến hình học đường cáp.

2. MÔ HÌNH TÁC ĐỘNG CỦA DỰ ÚNG LỰC

Việc mô hình hóa tác dụng lực của DUL trong giai đoạn thi công cần phải sát thực mới đảm bảo được độ chính xác của các yêu cầu tính toán nhất là độ võng, độ võng và lực điều chỉnh. Trong các kết cấu cầu BTCTDUL hiện đại, đường chạy không gian của cáp DUL rất phức tạp nhất là những dạng đường cong thay đổi. Đã có nhiều nghiên cứu ứng dụng nhằm mô phỏng đầy đủ và sát thực tác dụng lực của cáp DUL đặt lên bê tông nhưng cho đến nay các kết quả đạt được và độ chính xác vẫn còn gây nhiều tranh cãi. Có thể nhận thấy rằng, có hai xu hướng chính khi mô phỏng tác dụng lực của DUL:

- coi cáp DUL như ngoại tải cân bằng gây nên các thành phần lực tại các nút và các phần tử của kết cấu, hoặc là

- coi cáp DUL như các phần tử độc lập (phần tử cáp) chỉ có độ cứng kéo nén (EF), kết hợp cùng với khung kết cấu và xét đến yếu tố phi tuyến hình học của đường cáp.

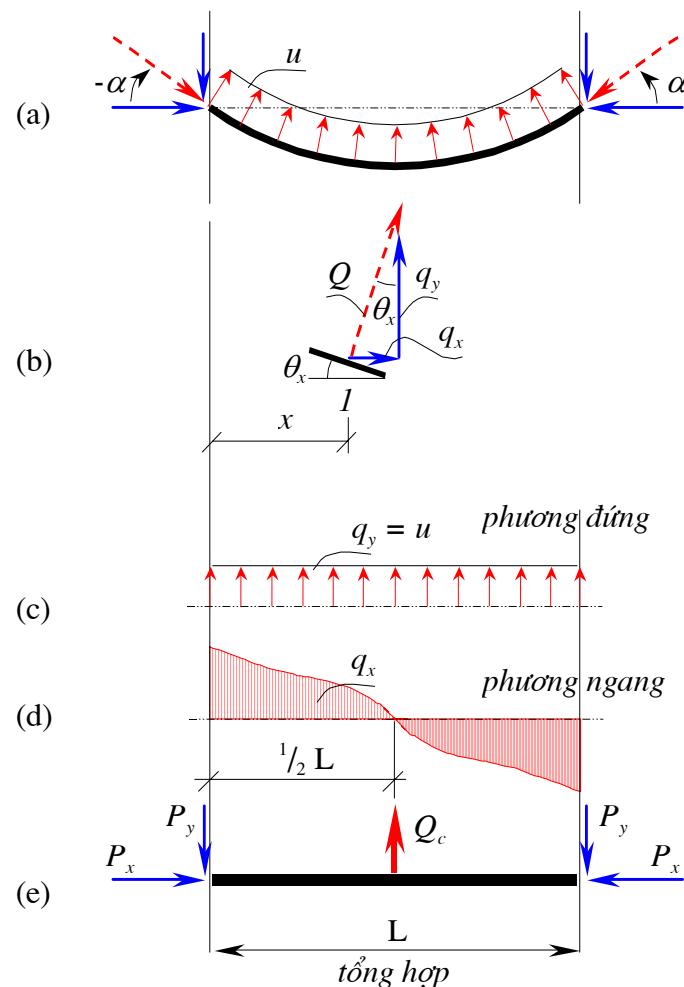
Có thể thấy rằng hướng thứ nhất là cách làm truyền thống và đã được ứng dụng rộng rãi nhất. Tuy nhiên, triển khai theo hướng này đã có khá nhiều cách làm và có một số phương pháp còn chưa chính xác như phương pháp mô phỏng của AIT (Viện Công nghệ Châu Á) trong FEAP-P* hay phương pháp bô xung lực cắt cân bằng của Hiệp hội các kỹ sư xây dựng Hoa-kỳ - ASCE.

Những năm gần đây, với sự nhảy vọt của các công nghệ phần mềm và các bước tiến vượt bậc của phương pháp Phân tử Hữu hạn dựa trên các nghiên cứu thực nghiệm đầy đủ và toàn diện, đã có nhiều thành công về tính toán các loại cầu và kết cấu có cáp ngoài như cầu treo dây vông, cầu dây xiên, vòm mái treo ,v.v... khi sử dụng các phần tử cáp trong tính toán. Đó là tiền đề cho ý tưởng xây dựng phần tử cáp độc lập trong kết cấu bê tông DUL và xét đến yếu tố phi tuyến hình học trong tính toán. Tuy nhiên do sự làm việc của cáp ở trong bê tông hoàn toàn khác với cáp ở ngoài bê tông cho nên việc ứng dụng theo hướng này còn đòi hỏi nhiều nghiên cứu bổ xung và các số liệu thực nghiệm.

Trong bài báo này, tác giả đưa ra một phương pháp riêng dựa trên cách làm truyền thống (hướng thứ nhất). Phương pháp này sẽ được trình bày tỷ mỉ dựa trên trình tự các trường hợp cụ thể và áp dụng cho các phần tử khung phẳng và khung không gian xét trong hệ toạ độ vuông góc.

2.1. TRƯỜNG HỢP CƠ BẢN:

Trường hợp cơ bản là trường hợp phần tử có đường cáp chạy trong là một cung tròn phẳng có dây cung



Hình 2-1: Mô phỏng DUL trong trường hợp cơ bản

trùng với trục phân tử như trong hình 2-1a.

Tải trọng do cáp tác dụng lên phân tử bao gồm:

- lực nén tại đầu cáp (đối với trường hợp không dính bám) hoặc chuyển về đầu cáp (đối với trường hợp dính bám), và
- lực phân bố đều dọc theo chiều dài đường cáp

Có thể phân tích lực nén tại đầu cáp thành các thành phần theo phương đứng và phương ngang một cách dễ dàng. Gọi lực kéo DUL là P . Trong trường hợp này chưa xét đến mất mát cho nên lực kéo tại hai đầu là như nhau.

Ta có:

$$P_x = P \cos \alpha \quad (2.1)$$

$$P_y = P \sin \alpha \quad (2.2)$$

trong đó: α là góc giữa tiếp tuyến đường cong tại các đầu và trục nằm ngang. P_x , P_y là các thành phần lực P theo phương x và phương y .

Còn tải trọng phân bố đều trên cáp, chúng có chiều hướng vào tâm đường cong, và chúng được phân tích thành các tải trọng phân bố theo phương ngang và phương đứng theo cách sau:

Lấy một đoạn đường cong tại toạ độ x có hình chiếu của chiều dài trên trục nằm ngang bằng đơn vị và có góc lệch θ_x (hình 2-1b). Như vậy, chiều dài của đoạn cong s xấp xỉ bằng chiều dài của dây cung và được tính như sau:

$$s \approx \frac{1}{\cos \theta_x} \quad (2.3)$$

Toàn bộ lực phân bố đều trên đoạn cong đơn vị đó sẽ được quy về một lực tập trung Q đặt tại giữa đoạn s và có độ lớn tính theo công thức sau:

$$Q = \frac{u}{\cos \theta_x} \quad (2.4)$$

trong đó:

u là tải trọng phân bố đều trên đường cong cáp và có chiều hướng tâm đường cong,

θ_x là góc lệch của tiếp tuyến đường cong tại toạ độ x với trục nằm ngang.

Lực Q này được phân tích ra hai thành phần theo phương đứng q_y và phương ngang q_x như sau:

$$q_x = \frac{u}{\cos \theta_x} \cdot \sin \theta_x = u \cdot \tan \theta_x = \frac{u \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right)}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} - x \right)^2}} = \frac{uX}{\sqrt{R^2 - X^2}} \quad (2.5)$$

$$q_y = \frac{u}{\cos \theta_x} \cdot \cos \theta_x = u \quad (2.6)$$

trong đó:

L chiều dài của dây cung

$$R \text{ bán kính đường cong tròn} \quad R = \frac{L}{2 \sin \alpha} \quad (2.7)$$

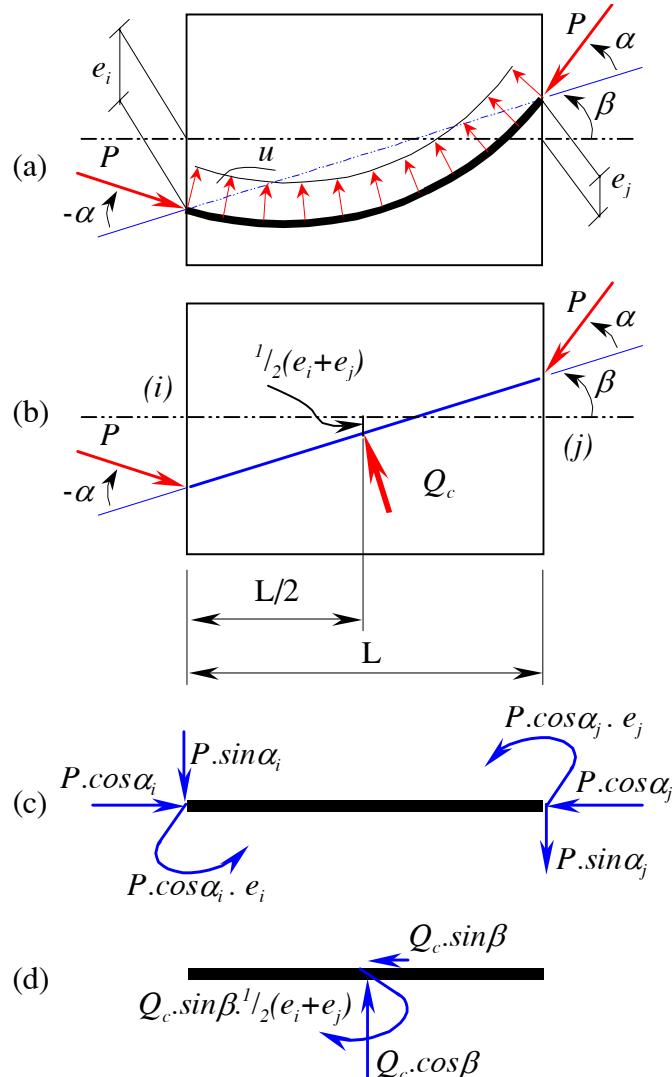
$$X \text{ trục tọa độ mới} \quad X = \frac{L}{2} - x \quad (2.8)$$

Ta thấy rằng q_x là một hàm lẻ đối với hệ trục tọa độ có gốc tại điểm $(L/2, 0)$ tức là nó đối xứng nhau qua điểm giữa dây cung (hình 2-1d); q_y là tải trọng rải đều có độ lớn bằng u . Giá trị u được xác định thông qua điều kiện cân bằng lực theo phương đứng và được tính như sau:

$$u = \frac{2P_y}{L} = \frac{2P \sin \alpha}{L} \quad (2.9)$$

Có thể thấy rằng, sự cân bằng tải trọng của hệ bao gồm cân bằng lực đứng, lực ngang và mô men là được đảm bảo. Nếu quy tải trọng tác dụng của cáp lên phần tử theo các điểm trên trục dây cung đường cong, ta sẽ có mô hình tác dụng lực của cáp trong trường hợp cơ bản như được trình bày trong hình 2-1e. Ở đây, P_x, P_y đại diện cho tác dụng lực tại các đầu cáp và Q_c đại diện cho tác dụng lực trên đường cong.

$$Q_c = uL = 2P \sin \alpha \quad (2.10)$$



Hình 2-2: Mô phỏng DUL trong trường hợp tổng quát

2.2. TRƯỜNG HỢP PHẢNG TỔNG QUÁT:

Phát triển dựa trên trường hợp cơ bản, trường hợp phẳng tổng quát xét đến độ lệch tâm so với trục trọng tâm của các đầu cáp và góc lệch của dây cung đường cong cáp so với trục nằm ngang. Các thành phần tác dụng lực được minh họa trong hình 2-2a.

Phân tích theo trường hợp cơ bản ta có các thành phần lực tác dụng như thể hiện trong hình 2-2b. Lực tại các đầu cáp được phân tích thành 6 thành phần lực nút cơ bản như trong hình 2-2c bao gồm:

$$\begin{aligned} U_i &= P \cdot \cos \alpha_i \\ V_i &= P \cdot \sin \alpha_i \\ M_i &= P \cdot \cos \alpha_i \cdot e_i \end{aligned} \quad (2.11a,b,c)$$

$$\begin{aligned} U_j &= P \cdot \cos \alpha_j \\ V_j &= P \cdot \sin \alpha_j \\ M_j &= P \cdot \cos \alpha_j \cdot e_j \end{aligned} \quad (2.12.a,b,c)$$

(xem hình 2-2c)

trong đó:

e_i, e_j tương ứng là các độ lệch tâm đầu cáp tại các nút i và j .

α_i và α_j được tính như sau:

$$\alpha_i = \beta - \alpha \quad (2.13)$$

$$\alpha_j = \beta + \alpha \quad (2.14)$$

với β là góc lệch giữa dây cung đường cong cáp và trục phần tử.

Còn lực do đường cong cáp Q_c được phân tích thành các thành phần lực đặt tại tâm phần tử như hình 2-2d bao gồm:

$$\begin{aligned} U_0 &= Q_c \sin \beta \\ V_0 &= Q_c \cos \beta \\ M_0 &= \frac{Q_c \sin \beta \cdot (e_i + e_j)}{2} \end{aligned} \quad (2.15a,b,c)$$

2.3. TRƯỜNG HỢP PHẲNG TỔNG QUÁT XÉT ĐẾN MẤT MÁT DO MA SÁT:

Do ma sát, lực kéo cáp P truyền từ đầu i đến đầu j sẽ bị tổn thất. Giả sử rằng đầu i gần kích hơn đầu j . Nếu gọi P_i là lực căng trong cáp tại đầu i và P_j là lực căng trong cáp tại đầu j , vậy ta có $P_i > P_j$.

$$\text{Gọi: } \Delta P = P_i - P_j \quad (2.16)$$

là chênh lệch lực kéo trong cáp giữa đầu i và đầu j . Thế thì ΔP chính là mất mát lực DUL do ma sát khi đi qua đoạn $[i-j]$

Cũng có thể viết:

$$P_j = P - \Delta P \quad (2.17)$$

Do $P_i = P$ nên ta có:

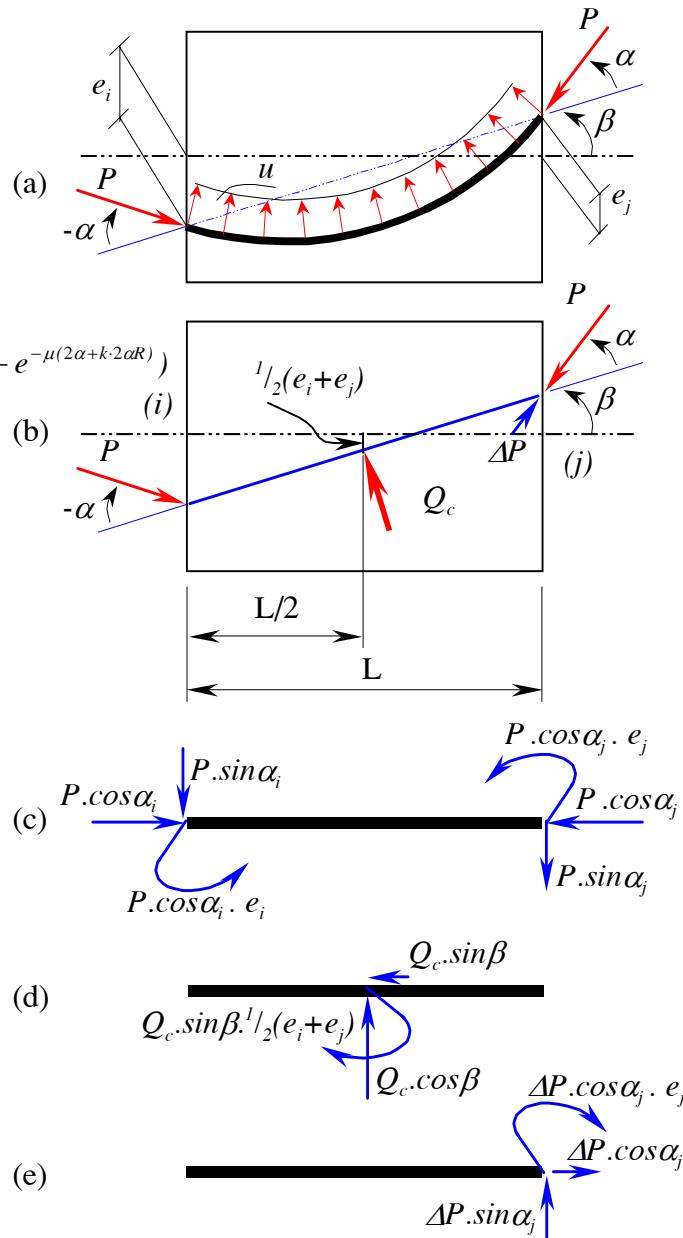
$$\Delta P = P_i(1 - e^{-\mu(2\alpha+k\cdot2\alpha R)}) = P(1 - e^{-\mu(2\alpha+k\cdot2\alpha R)}) \quad (2.18)$$

ở đây α được xác định như ở trên và 2α chính là góc mở vừa cung tròn đường cong cáp.

Để thuận tiện trong tính toán, lực P_j được mô tả là một hợp lực của hai lực tập trung P và ΔP đặt tại đầu j , cùng phương và ngược chiều nhau (hình 2.3).

Như vậy, khi kể đến mất mát DUL do ma sát, ngoài các thành phần lực nút như đã xác định trong các công thức 2.11, 2.12 và 2.15 còn có thêm các thành phần lực nút đặt tại j như sau:

$$\begin{aligned} \Delta U_j &= \Delta P \cdot \cos \alpha_j \\ \Delta V_j &= \Delta P \cdot \sin \alpha_j \\ \Delta M_j &= \Delta P \cdot \cos \alpha_j \cdot e_j \end{aligned} \quad (e) \quad (2.19a,b,c)$$



Hình 2-3: Mô phỏng DUL trong trường hợp tổng quát có xét đến mất mát

Các thành phần lực tác dụng lên phần tử bao gồm tổng cộng các thành phần lực trên hình 2-3c, 2-3d và 2-3e.

Hình 2-3c minh họa các thành phần lực đại diện cho tác dụng lực tại các đầu cáp.

Hình 2-3d minh họa các thành phần lực đại diện cho tác dụng lực tại đường cong cáp.

Hình 2-3e minh họa các thành phần lực đại diện cho sự mất mát DUL do ma sát trong phạm vi phần tử.

2.4 TRƯỜNG HỢP ĐƯỜNG CÁP THẲNG

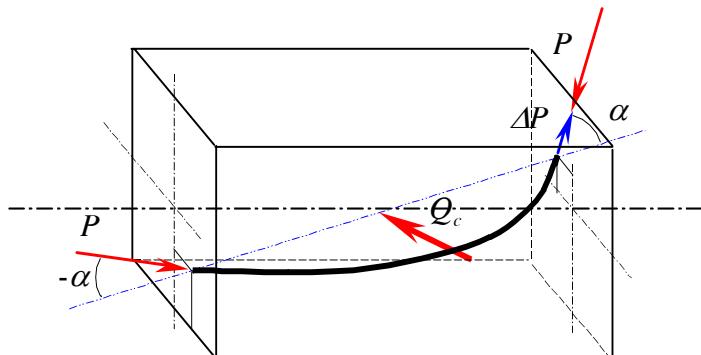
Trong trường hợp này không hề có lực tác dụng do độ cong của cáp. Có thể dễ dàng thấy điều này trong công thức tính Q_c theo 2.48 ($\alpha=0$ nên $Q_c=0$). Lúc này, các thành phần lực tác dụng lên phần tử chỉ bao gồm các thành phần lực thể hiện trong các hình 2-3c và 2-3e hay là chỉ có các thành phần lực trong các công thức 2.11, 2.12 và 2.19.

2.5 TRƯỜNG HỢP ĐƯỜNG CÁP TRONG HỆ TOÀ ĐỘ KHÔNG GIAN BA CHIỀU

Đây là trường hợp tổng quát nhất và có ý nghĩa ứng dụng cao trong thực tế đặc biệt là đối với những kết cấu dầm có vách hộp xiên. Để tính toán tác dụng lực của cáp lên các phần tử dầm

loại này, một giả thiết
được đưa ra là "trong
phạm vi của phần tử dầm,
các sợi cáp có đường chạy
hoặc là thẳng hoặc là
cong tròn phẳng". Vì vậy
khi chia dầm thành các
phần tử để phân tích
PTHH cần phải chọn độ
dài hợp lý để giả thiết trên
được đảm bảo.

Như vậy, trong không gian, ta phải xác định các vectơ lực $\vec{P}_i, \vec{P}_j, \vec{Q}_c$ và $\vec{\Delta P}_i$ dựa trên tọa độ đường cáp tại các mặt cắt đầu, giữa và cuối phần tử. Trình tự việc này được thực hiện theo các bước sau:



Hình 2-4: Mô phỏng DUL trong trường hợp đường cong tròn phẳng trong không gian (có kể mất mát do ma sát)

- Xác định vectơ chỉ phương của mặt phẳng chứa đường cong cáp thông qua 3 điểm giao cắt của đường cáp với mặt cắt đầu, giữa và cuối phần tử.

2. Xác định bán kính cung tròn đường cong cáp và góc mở dây cung 2α
 3. Xác định toạ độ 2 vectơ đơn vị tạo với dây cung một góc $\pm\alpha$ để tìm các thành phần của các vectơ \vec{P}_i, \vec{P}_j và $\vec{\Delta P}_i$
 4. Xác định vectơ \vec{Q}_c thông qua công thức sau:
- $$\vec{Q}_c = \vec{P}_i + \vec{P}_j + \vec{\Delta P}_i \quad (2.20)$$
5. Sau khi có thành phần theo các phương của các vectơ lực trên, chuyển chúng về các nút và tính các mô men uốn do độ lệch tâm theo các phương của từng thành phần lực, ta sẽ có tổng hợp tác dụng lực lên phần tử do cáp DUL.

Các công thức cụ thể để triển khai các bước trên được trình bày trong phần sau

3. CÁC CÔNG THỨC GIẢI TÍCH XÁC ĐỊNH VÉCTƠ LỰC CÁP DUL

3.1. XÁC ĐỊNH MẶT PHẲNG ĐI QUA 3 ĐIỂM KHÔNG THẲNG HÀNG TRONG KHÔNG GIAN BA CHIỀU

Cho 3 điểm không thẳng hàng: $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3)$

Gọi $\vec{n}\{A, B, C\}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua 3 điểm trên. Các giá trị A,B,C sẽ được tính theo các công thức sau:

$$\begin{aligned} A &= (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - y_1)(z_2 - z_1) \\ B &= (x_3 - x_1)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1) \\ C &= (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) \end{aligned} \quad (\text{A2.1a,b,c})$$

Và phương trình mặt phẳng đó sẽ có dạng tổng quát như sau:

$$Ax + By + Cz - x_1A - y_1B - z_1C = 0 \quad (\text{A2.2})$$

3.2. XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CỦA MỘT VÉCTƠ NẰM TRONG MỘT MẶT PHẲNG CHO TRƯỚC VÀ TẠO VỚI MỘT VÉCTƠ KHÁC ĐÃ BIẾT CŨNG TRONG MẶT PHẲNG ĐÓ MỘT GÓC CHO TRƯỚC

Cho một mặt phẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n}\{A, B, C\}$. Vectơ $\vec{v}\{H, I, K\}$ đã biết nằm trong mặt phẳng đó. Vectơ $\vec{a}\{l, y, z\}$ cũng nằm trong mặt phẳng đó và tạo với vectơ \vec{v} một góc α nhưng có các toạ y và z chưa biết. Cần phải xác định các giá trị này.

Việc xác định các giá trị y và z của vectơ \vec{a} dựa trên các trường hợp sau:

3.2.1 Trường hợp 1:

$$C \neq 0$$

y sẽ là ẩn của phương trình bậc 2 sau đây:

$$y^2 \left[\left(I - \frac{KB}{C} \right)^2 - m^2 \left(1 + \frac{B^2}{C^2} \right) \right] + 2y \left[\left(I - \frac{KB}{C} \right) \left(H - \frac{KA}{C} \right) - \frac{m^2 AB}{C^2} \right] + \left[\left(H - \frac{KA}{C} \right)^2 - m^2 \left(\frac{A^2}{C^2} + 1 \right) \right] = 0 \quad (\text{A2.3})$$

với: $m = \cos \alpha \cdot \sqrt{H^2 + I^2 + K^2}$ (A2.4)

trong đó: A, B, C là toạ độ của vectơ \vec{n} và H, I, K là toạ độ của vectơ \vec{v}

z sẽ được tính theo y theo công thức sau:

$$z = -\frac{A + By}{C} \quad (\text{A2.5})$$

Giải ra sẽ có nhiều nhất là 2 cặp nghiệm (y, z) và nếu góc $\alpha = 90^\circ$ thì chỉ có duy nhất một cặp nghiệm. Nếu có 2 nghiệm, ta sẽ tìm được 2 vectơ \vec{a} đối xứng nhau qua vectơ \vec{v} và tạo với \vec{v} một góc $\pm \alpha$.

Dạng của vectơ: $\vec{a}\{1, y, z\}$

3.2.2 Trường hợp 2:

$$\boxed{C = 0, B \neq 0}$$

$$y = -\frac{A}{B} \quad (\text{A2.6})$$

z là ẩn của phương trình bậc 2 sau đây:

$$z^2 \left(K^2 - m^2 \right) + 2K \left(H - \frac{IA}{B} \right) z + \left(H - \frac{IA}{B} \right)^2 - m^2 \left(1 + \frac{A^2}{B^2} \right) = 0 \quad (\text{A2.7})$$

trong đó: m được tính theo công thức A2.4

Giải ra cũng sẽ có nhiều nhất là 2 cặp nghiệm (y, z) và nếu góc $\alpha = 90^\circ$ thì chỉ có duy nhất một cặp nghiệm. Nếu có 2 nghiệm, ta sẽ tìm được 2 vectơ \vec{a} đối xứng nhau qua vectơ \vec{v} và tạo với \vec{v} một góc $\pm \alpha$.

Dạng của vectơ: $\vec{a}\{1, y, z\}$

3.2.3 Trường hợp 3:

$$\boxed{B = C = 0}$$

Lúc này $\vec{n}\{A, 0, 0\}$ chính là vectơ của trục x cho nên các vectơ \vec{a} và \vec{v} phải nằm trong mặt phẳng yOz . Vì vậy chúng sẽ có dạng như sau: $\vec{v}\{0, I, K\}$ và $\vec{a}\{0, y, z\}$.

Chọn $\vec{a}\{0, 1, z\}$ (tức là $y = 1$)

Tìm z theo phương trình bậc hai sau đây:

$$z^2(K^2 - m^2) + 2IKz + I^2 - m^2 = 0 \quad (\text{A2.8})$$

với: $m = \cos \alpha \cdot \sqrt{I^2 + K^2}$ ($H=0$) (A2.9)

Giải ra cũng sẽ có nhiều nhất là 2 cặp nghiệm (y, z) và nếu góc $\alpha = 90^\circ$ thì chỉ có duy nhất một cặp nghiệm. Nếu có 2 nghiệm, ta sẽ tìm được 2 vectơ \vec{a} đối xứng nhau qua vectơ \vec{v} và tạo với \vec{v} một góc $\pm\alpha$.

Dạng của vectơ: $\vec{a}\{0,1,z\}$

3.3. XÁC ĐỊNH BÁN KÍNH ĐƯỜNG CONG TRÒN PHẲNG ĐI QUA BA ĐIỂM KHÔNG THẮNG HÀNG TRONG KHÔNG GIAN

Cho 3 điểm không thẳng hàng: $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$, $M_3(x_3, y_3, z_3)$

Các vectơ cạnh của tam giác được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_1 M_3} &\{x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1\} \\ \overrightarrow{M_1 M_2} &\{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\} \\ \overrightarrow{M_2 M_3} &\{x_3 - x_2, y_3 - y_2, z_3 - z_2\} \end{aligned}$$

Chiều dài các cạnh được tính như sau:

$$\begin{aligned} \overline{M_1 M_3} &= \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2} \\ \overline{M_1 M_2} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ \overline{M_2 M_3} &= \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} \end{aligned} \quad (\text{A2.10a,b,c})$$

Góc $\angle M_2 M_1 M_3$ được tính theo công thức sau:

$$\cos(\angle M_2 M_1 M_3) = \frac{|(x_2 - x_1)(x_3 - x_1) + (y_2 - y_1)(y_3 - y_1) + (z_2 - z_1)(z_3 - z_1)|}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \cdot \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2}} \quad (\text{A2.11})$$

$$R = \frac{\overline{M_2 M_3}}{2 \sin(\angle M_2 M_1 M_3)} \quad (\text{A2.12})$$

4. KẾT LUẬN

Trên đây đã trình bày các công thức cơ sở để xét tác động của cáp dự ứng lực trong mô hình phân tích kết cấu nhịp cầu theo phương pháp PTHH có xét đến phương pháp thi công phân đoạn. Trong một dịp khác, chúng tôi sẽ xin trình bày phần chương trình

máy tính phản ánh thuật toán nói trên và các kết quả tính toán so sánh với một số chương trình chuyên dụng nổi tiếng như RM-7.